

0-Feladatok általános iskolásoknak

.1) András egy 42 km-t tesz meg a következőképpen: Előbb öt percet fut, majd egy percet gyalogol, és ezt váltogatja, amíg célba ér. Tudjuk, hogy a futási sebessége háromszor akkora, mint a gyaloglási sebessége, és 3 óra 44 perc 24 másodperc alatt ér célba.

.a) Hány percet gyalogol András? **(37 perc)**

.b) Hány km/h sebességgel fut? **(12,62 km/h)**

Egy futás és az azt követő gyaloglás 6 percig tart. Hányszor fér ez bele a teljes időtartamba?

Számoljuk ki a futással és gyaloglással töltött teljes időt.

Az összes futással és összes gyaloglással megtett út aránya háromszorosa az ezzel töltött idők arányának. Ilyen arányban oszlik fel a 42 km.

Sebesség=út/idő.

.2) Béla szombaton és vasárnap is kirándult kerékpárral. Mindkét nap ugyanakkora távolságot tett meg, és a kirándulások azonos ideig tartottak. Útközben mindkét nap tartott pihenőt is. Szombaton kétszer olyan hosszú ideig tekert, mint amennyi ideig vasárnap pihent. Vasárnap négyszer olyan hosszú ideig kerékpározott, mint amennyi ideig szombaton pihent. Melyik nap haladt gyorsabban, és hányszor gyorsabban? **(vasárnap 1,5-szer)**

Készítsünk 2x2-es táblázatot a két napon tekeréssel és pihenéssel eltöltött időkről.

Jelölje a pihenéssel eltöltött időket t_1 és t_2 . Csupán ezen betűket használva töltsük ki a 4 rubrikát.

Használjuk ki, hogy mindkét nap azonos ideig tartott a túra. Ebből adódik az t_1 és t_2 aránya és egyben a 4 táblázatbeli idő aránya is.

Használjuk most, hogy azonos a megtett út is (ami csak a mozgás ideje alatt szaporodik). A mozgással töltött idővel fordítottan arányos a sebesség.

.3) Cili és Éva versenyt futottak egy 100 méter hosszú pályán. Ugyanarról a helyről indulva Cili 10 méterrel volt Éva mögött, amikor Éva célba ért. A következő alkalommal Éva sportszerűen 10 méterrel távolabbról indult, mint Cili (azaz Cilinek 100 méter, Évának 110 méter volt a táv). Tegyük fel, hogy a lányok sebessége mindkét alkalommal ugyanakkora. A második alkalommal a célba érkező mögött mennyivel volt lemaradva a vesztes, amikor a győztes célba ért? **(1 méter)**

Éva a gyorsabb. Amíg ő 100 m-t fut, addig Cili csak 90-et.

A második alkalommal Évának 110 m-t kell futnia. Ez 1,1-szer több mint előzőleg, 1,1-szer több időbe is telik.

Mennyi utat tesz meg ezalatt Cili?

.4) A-ból B-be egy biciklis, és B-ből A-ba egy gyalogos indul el ugyanakkor. Mind a ketten állandó nagyságú sebességgel haladtak. Amikor a biciklis B-be ért, a gyalogos még csak útja $\frac{1}{5}$ -ét tette meg. Ha a biciklis 10 km/h-val kisebb, míg a gyalogos 3 km/h-val nagyobb sebességgel haladt volna, akkor a biciklis célba érésekor a gyalogos éppen az útja $\frac{3}{5}$ -ét tette volna meg. Mekkora a sebességeik? **(22,5 km/h és 4,5 km/h)**

Az első feltételből adódik a sebességek aránya. $(5v, v)$

Az új sebességek arányát ismét a megtett utak aránya adja: $(5v-10)/(v+3)=5/3$.

.5) *Két hajó elindul egymással szembe a folyó két partjáról ugyanabban a pillanatban, a partra merőleges egyenes mentén. A hajók állandó sebességgel haladnak, de az egyik gyorsabb. Először az egyik parttól 650 méterre találkoznak, ahol 10 percet állnak, majd folytatják útjukat. A túlsó partot elérve megfordulnak, majd újból találkoznak a másik parttól 300 méterre. Milyen széles a folyó? **(1650 m)**

Jelölje x a két találkozási pont távolságát. Ezzel a folyó szélessége három részre oszlik: 650 m, x , 300 m.

Az első időtartam alatt megtett utak aránya $\left(\frac{650 \text{ m}}{x+300 \text{ m}}\right)$ megegyezik a második időtartam útjainak arányával (...), hiszen mindkét arány a sebességarányal egyenlő.

.6) Feri bácsi minden reggel 8 órakor indul el gépkocsival a munkahelyére. Ha 40 km/h átlagsebességgel halad, akkor 3 percet késik. Ha átlagsebessége 60 km/h, akkor 3 perccel a munkakezdés előtt ér a munkahelyére. Mekkora átlagsebesség esetén érkezne pontosan a munkakezdésre? **(48 km/h)**

A két időtartam aránya $60/40=3/2$, (mert ugyanazt az utat teszik meg), ...

....és különbségük 6 perc.

Így az idők 18 és 12 perc, míg az indulás és a pontos érkezési időpont között pedig 15 perc telik el.

A 18 perc helyett az elvárt 15 perc alatt megtéve ugyanazt az utat, a szükséges sebesség 18/15-szörösére nő.

.7) Körpályán kerékpárversenyt rendeznek. Egyszerre két versenyző indul ugyanabba az irányba, állandó sebességgel. Egy adott pillanatban Emma 10 m-rel van Sára előtt, de miután Emma 25 métert kerekedett, Sára beéri. Hány olyan különböző pontja van a pályának, ahol Sára lekörözi Emmát, ha sokáig bicikliznek? **(2)**

A két út aránya $(10+25)/25=7/5$, és ez bármely időtartam alatt fennáll.

Két egymást követő lekörözés között egyikük pontosan 1 körrel tesz meg többet a másiknál, ámde a közben megtett utak (körök száma) aránya továbbra is 7/5. A hosszabb út 7 egység, a rövidebb 5 egység, a különbség 2 egység a következő lekörözésig, ami 1 körnek felel meg.

Tehát a következő lekörözésig egyik 3,5, a másik 2,5 kört tesz meg, azaz ez a pálya szemközti pontjában történik.

.8) Egy folyó partján az A és B város 20 kilométerre van egymástól. Egy csónak A-ból B-be és vissza 10 óra alatt tette meg az utat. Felfelé 2 km-t tett meg ugyanannyi idő alatt, mint lefelé 3 km-t. Mekkora a folyó sebessége? **(5/6 km/h)**

A fel- és lefelé mozgó csónak sebességeinek aránya a parthoz képest 2/3, így a fel-/le- idők aránya 3/2.

Azért lassúbb felfelé, mert a csónak vízhez képesti sebességéből felfelé levonódik, lefelé pedig hozzáadódik a folyó parthoz képesti sebessége.

.9) Piroska elindult a nagymamájához, aki negyed órával később szintén elindult vele szemben. Piroska egyedül 4 km/h, a Mama 3 km/h sebességgel gyalogol. Amikor találkoztak, a Mama visszafordult, Piroska pedig elkísérte a házáig, majd hazament. (Együtt a Mama sebességével haladtak.)

.a) Hány kilométerre laknak egymástól, ha Piroska otthon megállapította, hogy a séta alkalmával négyszer akkora utat tett meg, mint a nagymamája? **(2,4 km)**

.b) Mennyi ideig gyalogolt Mama? **(0,4 h)**

Készítsünk rajzot akkor, amikor a Mama elindul. Piroska már 1 km-t haladt, a maradék távot 4:3 arányban kell felosztani a találkozási ponttal.

Így a teljes táv $1\text{ km} + 4x + 3x$.

Mama összesen $2 \cdot 3x$ távot tett meg, ennek négyszeresét, $24x$ -et tett meg Piroska. Ámde ő oda vissza haladva kétszer tette meg a teljes távot.

$x = 0,2\text{ km}$ adódik.

.10) Nyáron az utcákat öntözőkocsikból locsolják. A kocsik vezetőjének ügyelnie kell arra, hogy a víz más járművet ne érjen, viszont csak addig zárja el a csapot, ameddig szükséges. Az öntözőkocsi sebessége 25,2 km/h, az autó sebessége 21,6 km/h, hossza pedig 4,5 m. Hány méteres útszakasz marad szárazon,...

.a) ...ha vele egy irányban, **(31,50 m)**

.b) ...ha vele ellentétes irányban haladó autó mellett halad el? **(2,42 m)**

A két jármű relatív sebességéből könnyen adódik az elhaladás ideje.

Az öntözőkocsi úthoz képesti elmozdulása marad szárazon.

.11) *Egy csiga a *mesebeli* bambuszfa tetejére mászott. Ez a mesebeli fa úgy nő, hogy törzsének minden pontja - a talajon lévő pontot kivéve - ugyanazzal a sebességgel emelkedik felfelé (alsó pontjánál nő). A csiga 7 óra alatt ért fel, a fa tetején 1 órát pihent, majd 8 óra alatt ért le. Hányszorosa a csiga sebessége a fa növekedési sebességének, ha mindkettő állandó? **(16)**

Mivel a fa *alul* nő, a csiga felfelé és lefelé is a fához képest ugyanakkora sebességgel halad, így ugyancsak 7 óráig tart neki, amíg felülről indulva eljut a fa azon pontjáig, amelytől indult (ez a pont már nem a talajon van). Ezután kell megtennie - 1 óra alatt - azt a szakaszt, amit a fa nőtt a csiga elindulásától a földre érkezéséig.

.12) *Egy csiga egy *valódi* bambuszfa tetejére mászott. Ez a valódi fa úgy nő, hogy - legfelső pontja kivételével - törzsének minden pontja helyben marad (legfelső pontjánál nő). A csiga 7 óra alatt ért fel, majd a fa tetején 1 órát pihent. Hány óráig tarthatott a lefelé vezető út? **(a [7 óra;8 óra) intervallumba esik.)**

Mivel a fa *felül* nő, a csiga és a fa teteje „versenyt futnak” felfelé, 7óra alatt győz a csiga. Lefelé mászás közben pedig *nem nő (!)* a csiga számára megteendő távolság, így ezt az utat lefelé ismét meg kell tennie.

Ezen kívül meg kell tennie még azt az utat is, amit a fa nőtt az 1 órás pihenés alatt. Vajon ehhez mennyi idő kell neki? 1 óra? Több? Kevesebb? Mindez a csiga sebessége és a fa növesi sebessége viszonyán múlik.

.13) Három embernek kell A városból a 100 km távolságra lévő B városba eljutni. Gyalogolni 5 km/h sebességgel tudnak, de rendelkezésükre áll egy kétszemélyes motorkerékpár, amelynek sebessége 50 km/h.

- .a)** Szervezzük meg az utazást úgy, hogy 5 órán belül mindhárman B-be érjenek.
- .b)** *Szervezzük meg az utazást úgy, hogy $62/13 = 4,769$ óra alatt mindhárman B-be érjenek.

.a) Az 1. és 2. ember menjen a motorral 90 km-t, majd az 1. gyalogoljon tovább, míg a 2. menjen vissza a motorral a 3-dikért, aki már kezdettől fogva gyalogolt. (Így mindhárman beérnek B-be 4,946 óra múlva.)

.b) Az előző pontbeli szervezés esetén az 1. ember előbb célba ér gyalog, mint másik két társa motorral. Úgy javíthatunk az együttes időeredményükön, hogy az első embert nem hagyjuk tétlenül ülni a célban. Az 1. embert a motor úgy tegy le, hogy gyalog éppen akkor érjen be, amikor társai megérkeznek motorral. Így az előző esethez képest a motor korábban fordulhat, így korábban is ér be a célba. Az 1. és 3. ember ez esetben ugyanannyit időt és utat tesz meg gyalogosan. Az 1. ember és a 2. ember mozgásainak teljes ideje azonos legyen. (Az 1. embert és 3. ember így a távolság $2/13$ -ed részét, 15,38 km- tesz meg gyalog.)